

مدلسازی مدیریت ریسک در فرآیند سرمایه‌گذاری با استفاده از یک الگوریتم ابتکاری

عمران محمدی (نویسنده مسئول)

استادیار دانشکده صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

E_Mohammadi@iust.ac.ir

سرمایه‌گذاری در دنیای رقابتی امروز تبدیل به یک تصمیم‌گیری بسیار پیچیده شده و دیگر مدیران "ریسک گریز" و یا حتی مدیران "ریسک خنثی" که تنها بر اساس ارزش انتظاری عایدی هر پروژه به تصمیم‌گیری در خصوص آن می‌پردازند، قادر نیستند سازمان‌ها را به موفقیت برسانند. بلکه مدیرانی که به صورتی معقول ریسک پذیرند، رمز موفقیت سازمان‌ها هستند. مطابق حدیثی گهر بار از رسول اکرم (ص) که در کتاب کنز العمال قید شده است: توکل کردن به خدا بعد از به کار بردن عقل، خود موعظه است.

در پژوهش جاری تلاش می‌شود تا ضمن تبیین مفاهیم توکل و ریسک‌پذیری، جایگاه آنها را در تصمیم‌گیری‌ها و فرآیندهای بهینه‌سازی با استفاده از رویکردهای علمی شناسایی نموده و تعریفی نوین از ریسک و توابع مطلوبیت در قالب یک الگوریتم جدید پیشنهاد شده است. همچنین الگوریتم پیشنهادی با استفاده از فرآیند شبیه‌سازی اعتبارسنجی شده است.

کلید واژه:

توابع مطلوبیت، ریسک پذیری، تصمیم‌گیری، شبیه‌سازی، ارزش در معرض ریسک مشروط (*C-VaR*)

مقدمه

سرمایه‌گذاران به دنبال حفظ ارزش سرمایه‌ی خود در برابر ارزش زمانی پول و توسعه‌ی آن هستند. از این رو بعضی اوراق مشارکت می‌خرند، بعضی به بورس وارد شده و برخی سپرده‌گذاری در بانک را ترجیح می‌دهند. در هر سرمایه‌گذاری افراد مایل به کسب بازدهی بالاتر از سرمایه خود هستند و با استفاده از اطلاعات، فراز و فرود قیمت‌ها را در بازارهای مختلف پیش‌بینی و برآورد و شیوه مناسب برای سرمایه‌گذاری را بر پایه همین پیش‌بینی‌ها انتخاب می‌کنند. ممکن است بازده کم‌ریسک بانکی را انتخاب نمایند و یا بازدهی بیشتری که در بازارهای دیگر موجود است را دنبال کنند. هر کدام مبنی بر ریسکی که توانایی پذیرش آن را دارند به انتخاب راهکار می‌پردازن. بعضی افراد با توجه به خصوصیات فردی به بازدهی‌های کم قناعت کرده و بعضی از افراد بازدهی بالاتری را برای خود متصور هستند و از بازدهی‌های کمتر و از سرمایه‌گذاری با بازده های کمتر و این‌تر صرف نظر می‌کنند و در همین راستا این ریسک را که پیش‌بینی‌هایشان غلط از آب در بیاید را قبول می‌کنند. در این پژوهش می‌خواهیم ضمن تبیین مفهوم ریسک و تابع مطلوبیت، الگوریتمی جدید برای در نظر گرفتن ریسک و رابطه آن با بازدهی و مقدار پذیرش ریسک توسط افراد مختلف و در شرایط مختلف ارائه نماییم.

در حوزه‌ی بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری معمولاً بر اساس دیدگاهی تاریخی از بازده هر حوزه عمل می‌گردد. مثلاً در بهینه‌سازی سبد سهام، لازم است تا بازده هر سهم در سال ۱۹۵۲ آقای مارکویتز واریانس را به عنوان ریسک به کار برد [۱]. وی معتقد بود که سبد سرمایه‌گذاری باید به نحوی انتخاب شود که بازده این سبد، بیشترین امید ریاضی و کمترین واریانس را داشته باشد. دیدگاه آقای

مارکویتز به شدت مورد استقبال صاحبنظران قرار گرفت که از آنجله می‌توان به متابع [۹-۲] اشاره نمود. رویکردی که مورد نظر آقای مارکویتز بود هم تغییرات مثبت و هم تغییرات منفی را توأماً مد نظر قرار می‌داد. لیکن بسیاری از سرمایه‌گذاران تنها نگران تغییرات منفی بودند و تغییرات مثبت برایشان خوشایند بود. برخی دیگر از فعالین اقتصادی نظیر شرکت‌های بیمه در خصوص تغییرات مثبت هیچ تفاوتی



را احساس نمی‌کردند، لیکن بر تغییرات منفی به شدت حساس بودند. بنابراین مفهومی به نام نیم-واریانس به منظور تعریف ریسک خود نمایی کرد که در پژوهش‌های متعددی مباحث مربوط به آن تعمیم یافت [۱۳-۹].

رویکرد دیگری که در تعریف ریسک پرکاربرد بوده است، تعریف آن بر مبنای احتمال رخداد و قایع نامطلوب می‌باشد [۱۴]. همچنین پژوهش‌های متعددی وجود دارند که به کمینه‌سازی ریسک ناشی از رخداد و قایع نامطلوب تخصیص یافته‌اند [۱۵-۱۷]. در این مقاله مد نظر است تا ضمن تبیین مفاهیمی نظیر ارزش در معرض ریسک، تعریف جدیدی از ریسک و تابع مطلوبیت ارائه گردد. در بخش بعدی ابتدا ماهیت رفتاری افراد نسبت به ریسک تبیین شده است. سپس مفهوم ارزش در معرض ریسک ارائه شده است. در نهایت الگوریتم پیشنهادی معرفی و اعتبارسنجی شده است.

۱. تئوری مطلوبیت

از آنجائی که هیچ تکنیک تصمیم‌گیری بدون کمی نمودن عایدی‌ها، با یک مقیاس یکسان ممکن نخواهد بود، نخستین قدم در تحلیل هر فرآیند تصمیم‌گیری، تعیین مطلوبیت عایدی‌های کیفی و کمی آن خواهد بود. از طرفی معمولاً عایدی‌ها بر حسب واحد پول بیان می‌شوند ولی باید توجه داشت که در بسیاری مواقع، ارزش پولی یک عایدی نمی‌تواند دقیقاً بیانگر ارزش واقعی آن برای تصمیم‌گیرنده باشد. به عنوان مثال، دو میلیون واحد پول، دو برابر یک میلیون واحد پول می‌باشد در حالی که ممکن است برای یک تصمیم‌گیرنده دقیقاً این رابطه برقرار نباشد، یا اینکه مطلوبیت یک غذا برای کسی که گرسنه است و کسی که سیر است یکسان نیست. در این حالت ناچار خواهیم بود که به جای ارزش پولی از مطلوبیت عایدی‌ها استفاده نماییم. در تمامی روش‌هایی که برای تخمین توابع مطلوبیت بیان شده است، چهار اصل زیر به عنوان وجه اشتراک مورد توجه قرار گرفته است:

- ✓ توابع مطلوبیت برای هر فرد یا گروه منحصر و خاص هستند.
- ✓ توابع مطلوبیت بیان کننده ارجحیت‌ها و توجیه عملکرد هاست.
- ✓ ارزش‌ها مقادیر مختلفی طی موقعیت‌های مختلفی دارند.
- ✓ ارزش مطلوبیت‌ها معمولاً مقادیری بین ۰ تا ۱ و یا ۰ تا ۱۰۰ دارند. همیشه عدد ۱ یا ۱۰۰ بیانگر بهترین حالت است و صفر بدترین حالت را نشان می‌دهد.

عموماً افراد یا گروه‌ها در مواجه با ریسک در سه دسته ریسک‌گریز، ریسک‌خنثی و ریسک‌پذیر قرار می‌گیرند. این سه دسته را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

ریسک‌گریز ۱: فردی است که، امید ریاضی پیشامد تصادفی را به خود پیشامد تصادفی ترجیح دهد.

ریسک‌خنثی ۲: فردی است که امید ریاضی پیشامد تصادفی را نسبت به خود پیشامد تصادفی بی‌تفاوت بداند.

ریسک‌پذیری ۳: فردی است که پیشامد تصادفی را به امید ریاضی آن ترجیح دهد. هرچند ترجمه‌ی معادل لاتین این واژه به معنای ریسک‌جو می‌باشد. لیکن با در نظر گرفتن این نکته که هیچ شخص، یا تصمیم‌گیرنده‌ای ذاتاً علاقمند به ریسک نیست، و تنها ممکن است به علت علاقمندی به منافع حاصله، ریسک را پذیرید در این مقاله از اصطلاح ریسک‌پذیر استفاده گردیده است. برای نمایش سه رویکرد متفاوت مطرح شده می‌توان از روابط ریاضی بهره برد.

$$U(\mathbf{X}) = \mathbf{a} + \mathbf{b}\mathbf{X} \quad \mathbf{b} > \mathbf{0}$$

خطی:

$$U(X) = a(1 - e^{-b \frac{(X - X_0)}{(X_1 - X_0)}}), X_0 \leq X \leq X_1$$

نمایی:

$$U(X) = a \log(1 + b \frac{(X - X_0)}{(X_1 - X_0)}), X_0 \leq X \leq X_1$$

لگاریتمی:

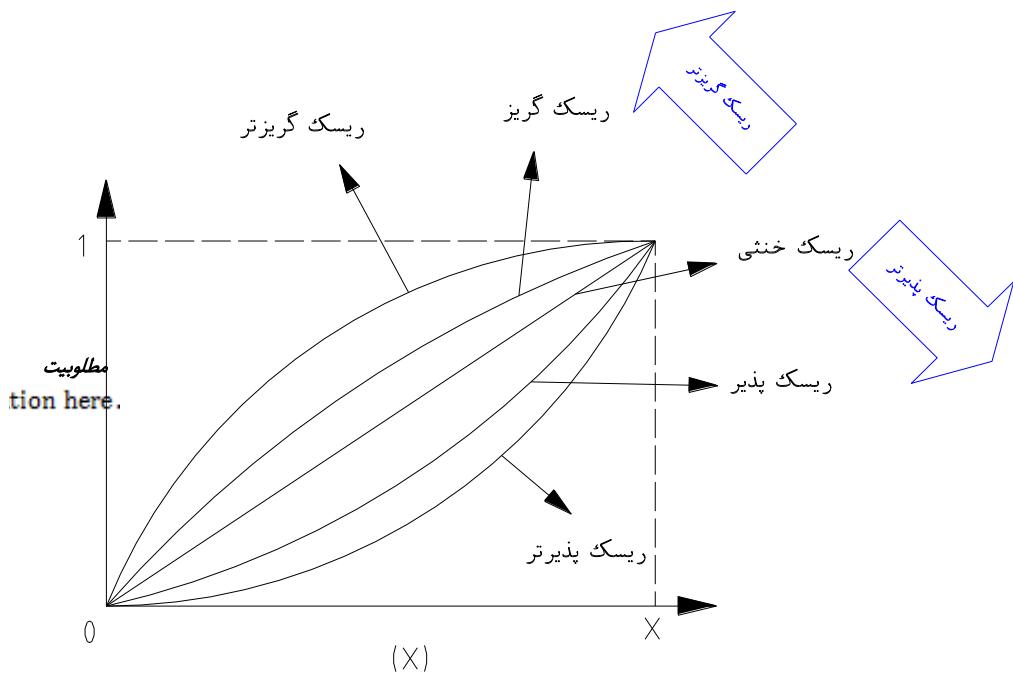


بیان خطی مربوط بهتابع مطلوبیت افراد یا گروههای ریسک خنثی است. بیان نمائی و لگاریتمی در واقع دو گونه بیان کردن یک واقعیت (Riesk-pdziir) یا Riesk-griiz) می‌باشند. به عنوان مثال در صورتی که مایل باشیم از بیان نمائی استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$U(X) = a + b(e^{-cx}) \quad a, b > 0 \quad \text{Riesk-pdziir:}$$

$$\begin{cases} U(X) = a + b(1 - e^{-cx}) \\ U(X) = a + b(-e^{-cx}) \end{cases} \quad a, b > 0 \quad \text{Riesk-griiz:}$$

در شکل بعدی تفاوت‌های مربوط توابع مطلوبیت برای افراد Riesk-pdziir و Riesk-griiz نمایش داده شده است.



شکل (۱) : توابع مطلوبیت Riesk-pdziir، Riesk خنثی و Riesk-griiz

با توجه به عدم اطمینان در سرمایه‌گذاری، سنجش تغییرپذیری، یا ریسک در بازده سبد سرمایه‌گذاری مهم است. در حالیکه بازده مورد انتظار، متوسط پاداش طی یک دوره را بیان می‌کند، ریسک، پراکندگی بالقوه اطراف این بازده مورد انتظار را با معیار انحراف استاندارد نشان می‌دهد. این مفهوم (رابطه بین بازده مورد انتظار و ریسک) را تئوری مدرن سبد سهام بیان می‌کند.

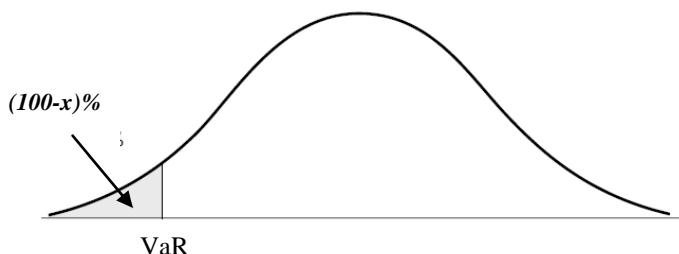
رابطه بین بازده مورد انتظار و ریسک یک رابطه مثبت است، هر چقدر بازده مورد انتظار بالاتری مدنظر باشد، ریسک آن نیز بیشتر خواهد بود این نتیجه از مشاهدات عملی حاصل شده است. یک نقطه پایه مخصوصاً برای ارزیابی عملکرد وجود دارد، این نقطه مبنائی، نرخ بازده بدون ریسک است. البته عده‌ای منکر وجود چنین نرخ بازده‌ای می‌شوند. شکل ۱ رابطه بین بازده مورد انتظار و ریسک را نشان می‌دهد بنابراین فرضیه تئوری اینست که سرمایه‌گذار، سبد سهام خود را بر اساس دو استاندارد بازده مورد انتظار و انحراف استاندارد بازده انتخاب می‌کند.

۲. الگوریتم پیشنهادی بر اساس ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک بیانگر حداقل زیان مورد انتظار روی سبد سرمایه‌گذاری‌ها در طول افق زمانی معین و در سطح اطمینان معین می‌باشد. به عبارتی دیگر X درصد اطمینان داریم که طی N روز آتی، قطعاً بیشتر از مبلغ V متحمل زیان نخواهیم شد، آنگاه متغیر V همان ارزش در معرض ریسک ۲، یا VaR سبد سرمایه‌گذاری می‌باشد که در برداشتن دو پارامتر N یعنی افق زمانی و X یعنی سطح اطمینان است.



به عنوان مثال در شعب مرتبه با بانکی به منظور اجتناب از ریسک بازار، $N = 10$ قرار میدهد. چنین بانکی بر سطحی از زیان در طول یک دوره ۱۰ روزه توجه می‌کنند که انتظار می‌رود این مقدار زیان فقط ۱٪ در طول زمان رخ بدده و مثلاً ممکن است تا بانک نگه دارد، دستکم سرمایه‌ای معادل سه برابر ارزش در معرض خطر سرمایه را نگهداری نماید. با در نظر گرفتن افق زمانی N روزه و سطح اطمینان X درصد باشد، مبلغ تحت ریسک یا VaR مقدار زیانی است که معادل با $(100 - X)$ درصد منحنی توزیع احتمال تغییرات ارزش سبد سرمایه‌گذاری در طی N روز آینده است. برای مثال، هنگامی که $N = 5$ و $X = 97$ VaR زیانی معادل ۳٪ توزیع احتمال تغییرات ارزش سبد سرمایه‌گذاری در طول پنج روز آتی می‌باشد. شکل بعدی موقعیتی که تغییرات در ارزش بدره تقریباً به صورت نرمال توزیع شده‌اند، نشان می‌دهد.

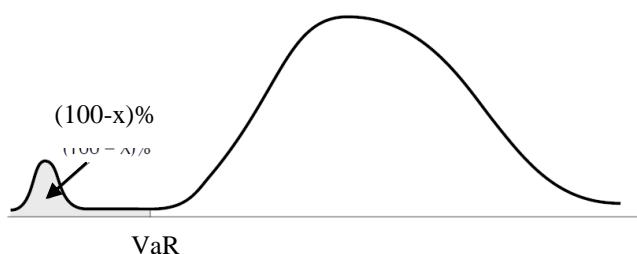


شکل (۲)- محاسبه VaR با استفاده از توزیع احتمالات تغییرات در ارزش بدره؛ با سطح اطمینان X

ارزش در معرض ریسک معیار مناسبی به شمار می‌رود، زیرا که فهم و درک آن آسان می‌باشد. در واقع این معیار بیان می‌کند. تا چقدر ممکن است ما دچار زیان و ضرر شویم یا به عبارت دیگر حداقل مقدار زیان چقدر است؟ این همان سؤالی است که همه مدیران به دنبال پاسخ آن هستند. بنابراین بسیار مطلوب خواهد بود اگر بتوانیم همه پارامترهای مختلف اندازه‌گیری ریسک در رابطه با متغیرهای بازار مربوط به بدره را تحت یک متغیر خلاصه نماییم. از متغیر VaR در سطح وسیعی هم توسط تنظیم‌کنندگان مقررات و هم مدیران ارشد برای اندازه‌گیری ریسک کاربرد دارد و به صورت رابطه‌ی ذیل تعیین می‌یابد.

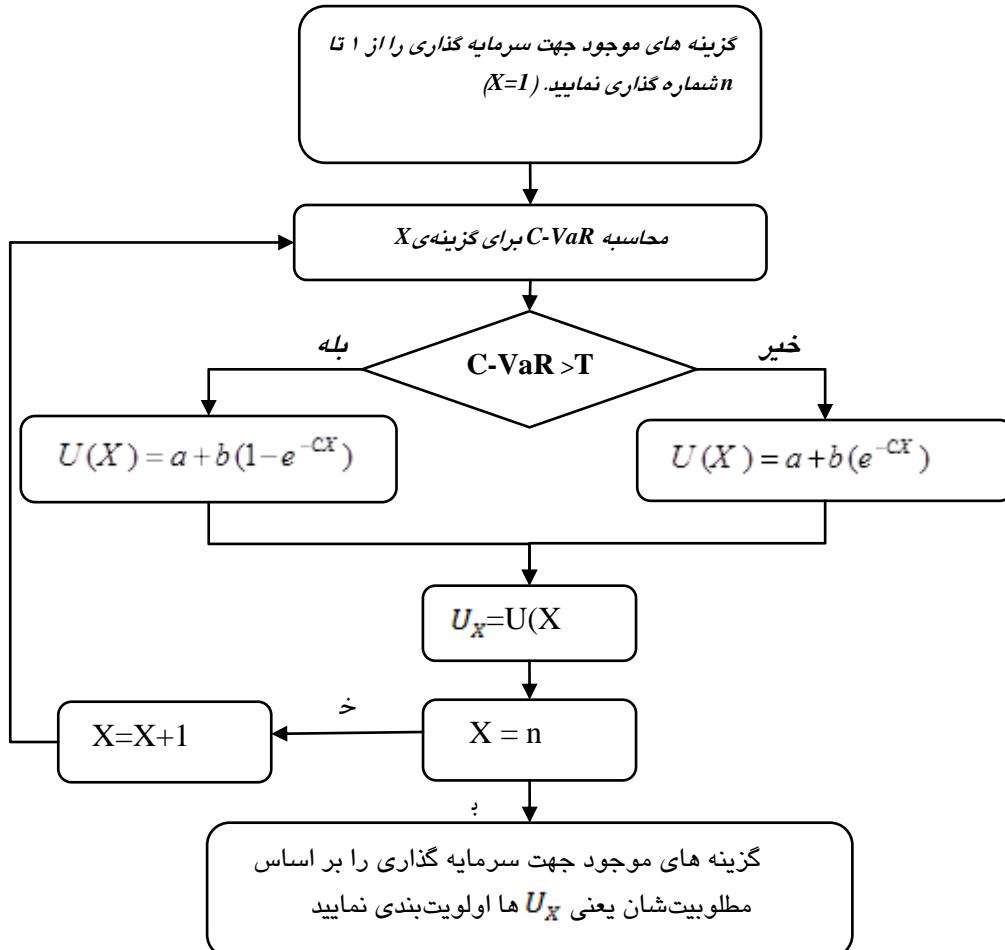
$$\text{VaR} \times \sqrt{N} = \text{VaR}_{\text{روزه}} \quad \text{در طول دوره } N \text{ روزه اگر}$$

قبول کنیم که استفاده از یک متغیر برای توضیح ریسک یک بدره مناسب و بینه است، سؤال جالبی مطرح می‌شود و آن اینکه آیا VaR بهترین گزینه و راهکار برای این مطلب است یا نه؟ برخی تحقیقات مطرح کردۀ‌اند که استفاده از متغیر VaR ممکن است معامله‌گران را ترغیب نماید تا سبد سرمایه‌گذاری را انتخاب نمایند که توزیع بازه آن مشابه نمودار شکل بعدی باشد. سبدۀای سرمایه‌گذاری مربوط به هر دو شکل دارای VaR یکسانی هستند ولی دومی ریسکی‌تر است. زیرا میزان زیان بالقوه آن خیلی بیشتر است. یک معیاری مفید می‌تواند متغیر "VaR - مشروط" یا "C-VaR" است. همانطور که گفته شد در واقع بیان کننده این مطلب است که حداقل زیانی که متوجه ما هست، چقدر می‌باشد؟ اما C-VaR می‌پرسد: اگر اوضاع نامطلوب باشد، انتظار داریم چقدر متحمل زیان شویم؟ C-VaR بیانگر مقدار زیان در طی یک دوره N روزه است مشروط به اینکه ما به اندازه $(100 - X)$ درصد در قسمت برآمدگی چپ منحنی توزیع توزیع قرار داریم، برای مثال با $N = 99$ و $X = 10$ ، C-VaR = $\text{VaR}_{\text{روزه}} \times \frac{(100 - 99)}{(100 - 10)}$. اینجا بزرگتر است.



شکل (۳)- مقدار VaR در این شکل مشابه شکل قبلی است با این تفاوت که میزان ضرر بالقوه در اینجا بزرگتر است

الگوریتم پیشنهادی این پژوهش بر مبنای C-VaR طراحی شده است و نمایی کلی آن در شکل زیر مطرح شده است.



شکل (۴)- الگوریتم پیشنهادی جهت تعیین مطلوبیت و سطح ریسک‌پذیری به منظور توکل در تصمیم‌گیری

توجه شود که افراد، شرکت‌ها و نهادها در شرایط مختلف دارای توابع مطلوبیت متعددی هستند، مثلاً یک شرکت خاص که به طور متعارف ریسک‌پذیر است ممکن است در موقعی C-VaR بالا باشد، ریسک گریز باشد. این مثال تبیین می‌کند که شرکت مذکور به منظور دستیابی به بیشترین بازگشت سرمایه، حاضر است ریسک‌های بالایی را پذیرد و به طور متعارف ریسک‌پذیر است، لیکن اگر ارزش در معرض ریسک از حد مشخصی (حد آستانه) بالاتر رفت همان شرکت ممکن است به شدت ریسک گریز گردد. به منظور تعیین یک مقدار مناسب برای حد آستانه (T) می‌توان حدی معادل دارایی‌های جاری یا آنی شرکت را در نظر گرفت و یا حجم سرمایه در گردش شرکت مد نظر قرار گیرد و یا بر حسب استراتژی‌ها و سیاست‌های مدیریتی، مقداری را تعیین نمود. بنابراین یک تابع مطلوبیت ترکیبی تطابق بیشتری ۱، با اقتعب خواهد داشت.

۳. اعتبار سنجی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از شبیه سازی

به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی ۱۰۰۰۰ مسئله در محیط شبیه سازی و با استفاده از نرم افزار RISK توکید شد. فرضیات مورد استفاده در شبیه سازی، مذکور به شرح ذمی، اند:

- ✓ حجم سرمایه گذاری به طور متوسط ۱۰۰۰ واحد پولی با توزیع ویبول دارای پارامترهای $\alpha=2$ و $B=11285$ نرخ بهره بدون ریسک برابر ۲۰٪ در نظر گرفته شده است.

✓ گزینه های سرمایه گذاری با احتمال ۶٪ بازگشت سرمایه ای بالاتر از ۲۰٪ دارند که در این حالت دارای وضعیت سودآوری با مطلوب هستند.

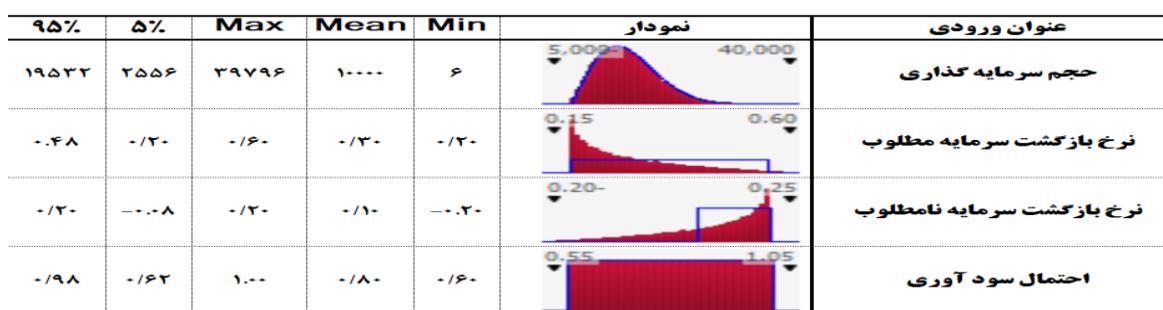


✓ گزینه های سرمایه گذاری با احتمال ۴۰٪ بازگشت سرمایه ای پایینتر از ۲۰٪ دارند که در این حالت دارای وضعیت نامطلوب هستند.

✓ در شرایط مطلوب نرخ بازگشت سرمایه دارای توزیع یکنواخت بین $[U, 0/2]$ که خود U دارای توزیع یکنواخت در بازه $[0/6, 0/2]$ می باشد.

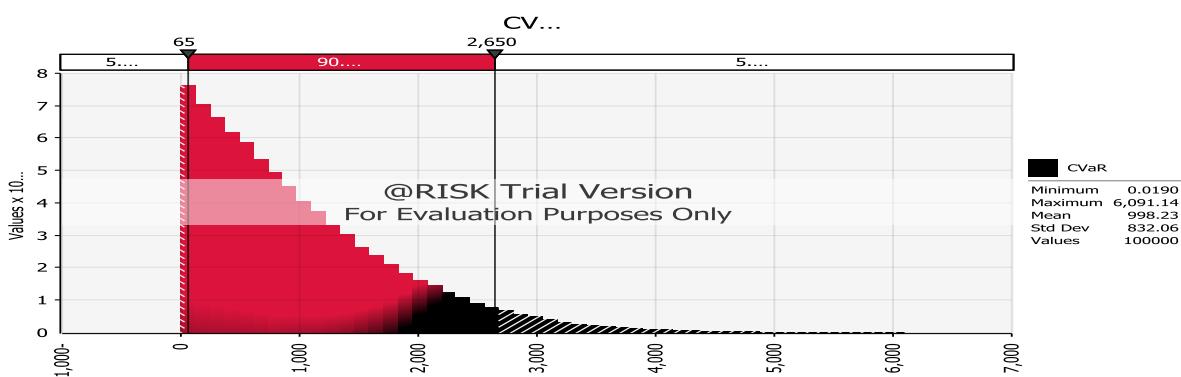
✓ در شرایط نامطلوب نرخ بازگشت سرمایه دارای توزیع یکنواخت بین $[L, 0/2]$ که خود L دارای توزیع یکنواخت در بازه $[-0/2, 0/2]$ می باشد.

نمایی کلی از مفروضات مسائل شبیه سازی شده در شکل ذیل نمایش داده شده است.



شکل (۵)- مفروضات اولیه برای مسائل شبیه سازی شده

برای مسائل شبیه سازی شده مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط (C-VaR) در شکل بعدی نمایش داده شده است. لازم به ذکر است هر گزینه سرمایه گذاری شبیه سازی شده از طریق رویکردهای مختلف تصمیم گیری ارزیابی شده و هر رویکرد، گزینه مورد نظر را در قیاس با گزینه سرمایه گذاری بدون ریسک با نرخ بهره ۲۰٪ ارزیابی نموده و سپس در خصوص انتخاب یکی از آن دو تصمیم گیری کرده است.



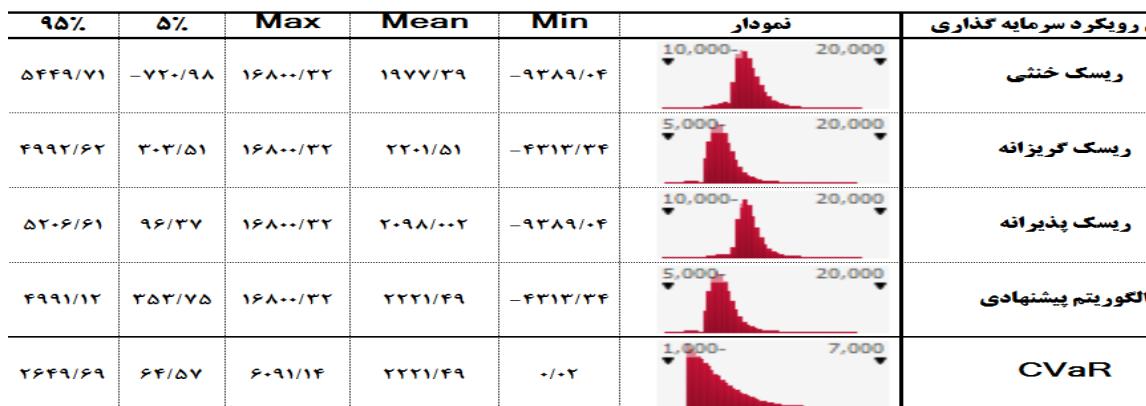
شکل (۶)- مقادیر ارزش در معرض ریسک مشروط (C-VaR) برای مسائل شبیه سازی شده

در فرآیند پیاده سازی الگوریتم پیشنهادی حد آستانه معادل ۱۰٪ مبلغ مورد نیاز جهت سرمایه گذاری در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده است که در صورت که ریسک بالا در پروره های سرمایه گذاری منجر به کاهش اعتبار موسسه گردد، می توان با پرداخت ۲۰٪ از اصل سرمایه نسبت به جبران آن اقدام نمود. توزیع بازدهی حاصل از الگوریتم پیشنهادی در شکل ذیل نمایش داده شده است.



شکل (۷)- مقدار بازدهی حاصل مطابق با الگوریتم پیشنهادی در فرآیند شبیه سازی

در شکل بعدی نمایی از الگوریتم پیشنهادی در قیاس با رویکردهای ریسک خنثی، ریسک گریزانه و ریسک نمایش داده شده است. در رویکرد ریسک خنثی تنها بر اساس مقدار امید ریاضی پیش‌بینی شده در مورد گزینه سرمایه‌گذاری شبیه‌سازی شده، تصمیم گیری می‌شود. به منظور سادگی بیشتر محاسبات، فرض شده است در رویکرد ریسک‌گریزانه اگر امید ریاضی بازدهی در حالت نامطلوب بیشتر از ۱۰٪ است ریسک گزینه‌ی شبیه‌سازی شده قابل پذیرش است. همچنین برای رویکرد ریسک‌پذیرانه فرض شده است که اگر امید ریاضی بازدهی در حالت مطلوب بیش از ۳۰٪ درصد باشد ریسک مربوط به حالت نامطلوب نیز پذیرفته می‌شود.



شکل (۸)- مقایسه الگوریتم پیشنهادی با رویکردهای سنتی تصمیم‌گیری

همانطور که در شکل فوق مشاهده می‌شود میانگین بازدهی حاصل از الگوریتم پیشنهادی معادل ۲۲۲۱/۴۹ واحد پولی در هر تصمیم‌گیری است که با توجه به متوسط مبلغ مورد نیاز جهت سرمایه‌گذاری یعنی ۱۰۰۰۰ واحد پولی، بیش از ۲۲٪ سود را نمایش می‌دهد که نسبت به سایر رویکردهای تصمیم‌گیری عملکرد بسیار بهتری را نمایش می‌دهد

نتیجه‌گیری

بر اساس نتایج این پژوهش ریسک‌پذیری باید به صورتی عقلانی و منطقی دنبال شود. در الگوریتم پیشنهادی این پژوهش حدیث گهربار پیامبر اسلام که فرمودند: "توكل کردن به خدا بعد از به کار بردن عقل، خود موعظه است"، به عنوان اصل راهنما مورد نظر قرار گرفت. در این راستا به جای آنکه همانند سایر پژوهشگران، سازمان‌ها را در قالب دو گروه ریسک‌گریز و ریسک‌پذیر تفکیک نماییم، دیدگاهی ترکیبی را معرفی نمودیم. به عبارتی دیگر سازمان‌ها ابتدا باید ریسک پروژه‌ها و گزینه‌های تصمیم‌گیری را با استفاده از حداکثر ارزش در معرض ریسک مشروط تعیین نمایند (C-VaR) و با شناسایی مناسب و معقول حد آستانه (T) این دو را باهم قیاس نمایند. در شرایطی که (



(VaR $\leq T$) باشد آنگاه سازمان می‌تواند رویکردی ریسک‌پذیر را دنبال نماید. لیکن اگر (C-VaR $> T$) آنگاه سازمان مذکور باید ریسک‌گریزانه عمل نماید. رویکرد پیشنهادی پژوهش جاری در قالب الگوریتمی که در شکل چهار مشاهده می‌شود ارائه شده است. بر اساس آنچه در این پژوهش مطرح شد، مدیرانی که تنها بر اساس ارزش انتظاری تصمیم‌گیری می‌کنند، نمی‌توانند از ابزار مدیریت ریسک به صورت مناسبی استفاده نمایند. زیرا این افراد به صورت ریسک‌خنثی عمل می‌نمایند. مدیرانی که دارای روحیه‌ی توکل هستند باید به صورت معقولی ریسک‌پذیر باشند. هنگامی که منافع ایجاب نماید و ارزش انتظاری بالایی پیش رو باشد پذیرش یک ریسک منطقی، استراتژی موفقی است. بدیهی است مدیران در شرایطی که ارزش در معرض ریسک بالاست و بیش از حد آستانه می‌باشد، باید تصمیماتی ریسک‌گریزانه اتخاذ نماید.

منابع

- 1- H. Markowitz, Portfolio selection, *Journal of Finance* 7 (1952) 77–91.
 - 2- M.J. Best, J. Hlouskova, The efficient frontier for bounded assets, *Mathematical Methods of Operations Research* 52 (2000) 195–212.
 - 3- V.K. Chopra, W.T. Ziemba, The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choices, in: W.T. Ziemba, J.M. Mulvey (Eds.), *Worldwide Asset and Liability Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998, pp. 53–61.
 - 4- Y. Crama, M. Schyns, Simulated annealing for complex portfolio selection problems, *European Journal of Operational Research* 150 (2003) 546–571.
 - 5- X.T. Deng, Z.F. Li, S.Y. Wang, A minimax portfolio selection strategy with equilibrium, *European Journal of Operational Research* 166 (2005) 278–292.
 - 6- M. Hirschberger, Y. Qi, R.E. Steuer, Randomly generating portfolio-selection covariance matrices with specified distributional characteristics, *European Journal of Operational Research* 177 (2007) 1610–1625.
 - 7- C. Huang, R. Litzenberger, *Foundations for Financial Economics*, Academic Press, New York, 1988.
 - 8- X. Huang, Two new models for portfolio selection with stochastic returns taking fuzzy information, *European Journal of Operational Research* (2006), doi:10.1016/j.ejor.2006.04.010.
 - 9- S.C. Liu, S.Y. Wang, W.H. Qiu, A mean-variance-skewness model for portfolio selection with transaction costs, *International Journal of Systems Sciences* 34 (2003) 255–262.
 - 10- K. Chow, K.C. Denning, On variance and lower partial moment betas: The equivalence of systematic risk measures, *Journal of Business Finance and Accounting* 21 (1994) 231–241.
 - 11- H. Grootveld, W. Hallerbach, Variance vs downside risk: Is there really that much difference? *European Journal of Operational Research* 114 (1999) 304–319.
 - 12- G. Homaifar, D.B. Graddy, Variance and lower partial moment betas as alternative risk measures in cost of capital estimation: A defense of the CAPM beta, *Journal of Business Finance and Accounting* 17 (1990) 677–688.
 - 13- B.M. Rom, K.W. Ferguson, Post-modern portfolio theory comes of age, *Journal of Investing* 3 (1994) 11–17.
 - 14- A.D. Roy, Safety first and the holding of assets, *Econometrics* 20 (1952) 431–449.
 - 15- E.J. Elton, M.J. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 1995.
 - 16- A.D. Roy, Safety first and the holding of assets, *Econometrics* 20 (1952) 431–449.
 - 17- J.O. Williams, Maximizing the probability of achieving investment goals, *Journal of Portfolio Management* 46, (1997) 77–81.
- ۱۸- جان هال، "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک"، ترجمه‌ی سجاد سیاح و علی صالح‌آبادی، نشر تدبیر، سال ۱۳۸۴

پی‌نوشت‌ها

1 - Risk-averser

2- Risk Neutral

3- Risk-seeker